

Kolokwium poprawkowe z Matematyki Obliczeniowej, II rok Mat.

(Ścisłe tajne przed godz. 14:00 13 czerwca 2024.)

Proszę bardzo uważnie przeczytać treść zadań. Bardzo duży wpływ na ocenę będzie miała czytelność rozwiązań i poprawność uzasadnienia każdej odpowiedzi.

1. Miejscem zerowym wielomianu $w(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2 + 5x - 10$ jest liczba 2. Znajdź wykładnik zbieżności metody Newtona i metody iteracji prostej ($x_{k+1} = x_k - \tau w(x_k)$) z parametrem $\tau = 1$.
2. Metodą Choleskiego znajdź macierz trójkątną dolną L , taką że $A = LL^T$, gdzie

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 3 \\ 6 & 8 & 4 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Znajdź macierz L^{-1} , oblicz $\|L^{-1}\|_\infty$ i $\|L^{-T}\|_\infty$ i na tej podstawie (bez obliczania macierzy A^{-1}) oszacuj wskaźnik uwarunkowania macierzy A w normie $\|\cdot\|_\infty$.

3. Aby rozwiązać regularne liniowe zadanie najmniejszych kwadratów z macierzą $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ i wektorem $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$, została znaleziona macierz $R \in \mathbb{R}^{m \times n} = Q^T A$ oraz wektor $\mathbf{c} = Q^T \mathbf{b}$, takie że współczynniki r_{ij} macierzy R dla $i > j$ są równe 0, a macierz Q jest ortogonalna.

Macierz B powstała z macierzy A przez taką zmianę pierwszej kolumny, w wyniku której rząd macierzy się nie zmienił. Podaj możliwie tani algorytm rozwiązywania LZNK z macierzą B i wektorem \mathbf{b} , korzystający z macierzy R i wektora \mathbf{c} .

Wskazówka: Warto rozważyć zmianę kolejności współrzędnych poszukiwanego wektora \mathbf{x} .

4. Rzeczywista macierz A o wymiarach $n \times n$ (gdzie $n > 2$) jest symetryczna. Opisz, jak można stosować odwrotną metodę potęgową do tej macierzy, mając do dyspozycji tylko procedury dodawania macierzy, procedurę znajdowania rozkładu macierzy na czynniki trójkątne metodą Choleskiego oraz procedury rozwiązywania układów równań liniowych z macierzami trójkątnymi i procedurę obliczania iloczynu skalarnego w \mathbb{R}^n . W szczególności, jakie pary własne macierzy A da się znaleźć za pomocą odwrotnej metody potęgowej zaimplementowanej przy użyciu tylko tych procedur? Odpowiedź uzasadnij.
-